ตะลุยโจทย์ ม.ปลาย
เพื่อเตรียมสอบ GAT-PAT พ.ย.57
วิชา PAT 1 : คณิตศาสตร์
ชุดที่ 1 (ตอนที่ 1/7)

โดยช่วงตั้งแต่ 7 ต.ค. - 20 พ.ย. 57 ท่านสามารถติดตามได้ดังนี้
วันอังคารดูวิชา GAT, วันพุธดูวิชา PAT1, วันพฤหัสดูวิชา PAT2

1. กำหนดให้ p, q, r และ s เป็นประพจน์ จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. ถ้าประพจน์ $(p \vee r) \rightarrow (q \rightarrow (r \vee s))$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ แล้ว $(q \wedge r) \rightarrow (p \wedge s)$ มีค่าความจริงเป็นจริง

ข. ประพจน์ $[p \wedge (q \wedge \sim q)] \vee [q \wedge (r \vee \sim r)]$ สมมูลกับประพจน์ q

ข้อใดต่อไปนี้**ถูกต้อง**

1) ก. และ ข. ถูก 2) ก. ถูก และ ข. ผิด
3) ก. ผิด และ ข. ถูก 4) ก. และ ข. ผิด

2. กำหนดข้อมูลชุดหนึ่ง คือ $x_1, x_2, ..., x_n$ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิต คือ $\bar{x}$ และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ m จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. ข้อมูล $ax_1 + b, ax_2 + b, ..., ax_n + b$ มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ $|a|m + b$ เมื่อ a และ $b \in \mathbf{R}$

ข. ถ้าข้อมูล $x_1, x_2, ..., x_n, \bar{x}$ มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ $t > 1$ แล้ว $t < m$

ข้อใดต่อไปนี้**ถูกต้อง**

1) ถูกเฉพาะข้อ ก. 2) ถูกเฉพาะข้อ ข.
3) ถูกทั้งข้อ ก. และ ข. 4) ผิดทั้งข้อ ก. และ ข.

3. ให้ L เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุดกำเนิดและสัมผัสกับเส้นโค้ง $y = x^2 + 3x + 4$ ที่จุด P(a, b) ซึ่งอยู่ในควอดรันต์ที่ 1 จงหาค่าของ b − a

1) 12 2) 13 3) 14 4) 16

4. ในงานเลี้ยงสังสรรค์ครั้งหนึ่งมีผู้ชายมา 6 คน และผู้หญิงมา 6 คน แต่โต๊ะอาหารที่จองไว้เป็นโต๊ะกลม 7 ที่นั่ง จึงตกลงกันว่าจะเลือกผู้ชายมานั่งโต๊ะนี้ 4 คน และเลือกผู้หญิงมา 3 คน ในการจัดที่นั่งรอบโต๊ะนี้ จะจัดได้จำนวนวิธีเท่ากับข้อใด ถ้าผู้หญิงต้องนั่งแยกกันทั้งหมด

1) $15 \times 20 \times 3! \times 3!$ 2) $15 \times 20 \times 2! \times 4!$
3) $15 \times 20 \times 3! \times 4!$ 4) $15 \times 20 \times 2 \times 2! \times 4!$

5. หมายเลขโทรศัพท์อยู่ในรูปแบบ ABC-DEF-GHIJ เมื่ออักษรแต่ละตัวแทนเลขโดดที่**แตกต่าง**กัน เลขโดดในแต่ละช่วงมีค่าลดลง หมายความว่า A > B > C, D > E > F และ G > H > I > J ถ้า D, E, และ F เป็นเลขคู่เรียงกัน G, H, I และ J เป็นเลขคี่เรียงกัน และ A + B + C = 9 จงหาค่าของ A

1) 5 2) 6 3) 7 4) 8

6. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ ข้อใดต่อไปนี้มีค่า**ไม่เท่ากับ** det A

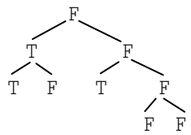
1) $\det \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ 2) $\det \begin{bmatrix} -1 & 1 & -2 \\ -2 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

3) $\det \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ 4) $\det \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & -1 \end{bmatrix}$

เฉลย

1. เฉลย 1) ก. และ ข. ถูก

ข้อ ก. **ถูก** เพราะ $(p \vee r) \rightarrow (q \rightarrow (r \vee s))$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ



∴ p, q, r และ s มีค่าความจริงเป็น T, T, F และ F ตามลำดับ

จะได้ว่า $(q \wedge r) \rightarrow (p \wedge s)$ มีค่าความจริงเป็นจริง

$(T \wedge F) \rightarrow (T \wedge F)$ มีค่าความจริงเป็นจริง

ข้อ ข. **ถูก** เพราะ

ถ้า q มีค่าความจริงเป็นจริง จะได้ว่า

$[p \wedge (q \wedge \sim q)] \vee [q \wedge (r \vee \sim r)]$ มีค่าความจริงเป็นจริง

$[p \wedge F] \vee (T \wedge (T \vee F)) \equiv F \vee T \equiv T$

ถ้า q มีค่าความจริงเป็นเท็จ จะได้ว่า

$[p \wedge (q \wedge \sim q)] \vee [q \wedge (r \vee \sim r)]$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

$[p \wedge F] \vee (F \wedge (T \vee F)) \equiv F \vee F \equiv F$

2. เฉลย 2) ถูกเฉพาะข้อ ข.

ก. **ผิด**

ถ้าข้อมูล $x_1, x_2, ..., x_n$ มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ m แล้ว $ax_1, ax_2, ..., ax_n$ มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ $|a|m$

และการบวกด้วยจำนวนที่เท่ากันเพิ่มให้ข้อมูลทั้งชุด**ไม่มี**ผลกระทบต่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

∴ $ax_1 + b, ax_2 + b, ..., ax_n + b$ มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน $|a|m$

ข. **ถูก**

จากโจทย์ $m = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n}}$

เนื่องจาก ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของ $x_1, x_2, ..., x_n, \bar{x}$ คือ $\bar{x}$

ดังนั้น
$$t = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + ... + (x_n - \bar{x})^2 + (\bar{x} - \bar{x})^2}{n+1}}$$
$$= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2 + 0}{n+1}}$$
$$= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n+1}}$$

$$\because \ 1 < t^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n+1} < \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n} = m^2$$

∴ $1 < t < m$

3. เฉลย 1) 12

เส้นตรง L มีความชัน $\left.\dfrac{dy}{dx}\right|_{(a,b)} = 2x + 3|_{(a,b)} = 2a + 3$ และผ่านจุด (0, 0)

สมการของเส้นตรง L คือ $y - 0 = (2a + 3)(x - 0)$

$y = (2a + 3)x$

เส้นตรง L และเส้นโค้งสัมผัสกันที่จุด P(a, b)

ดังนั้น $(2a + 3)a = a^2 + 3a + 4$

$a = 2$

[a = −2 ไม่ได้ เพราะว่า P(a, b) อยู่ในควอดรันต์ที่ 1]

และจะได้ $b = (2a + 3) \cdot a$

$= (2 \cdot 2 + 3) \cdot 2 = 14$

ดังนั้น $b - a = 14 - 2 = 12$

4. เฉลย 3) $15 \times 20 \times 3! \times 4!$

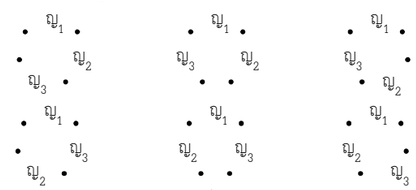
แบ่งงานเป็น 3 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 เลือกผู้ชาย 4 คน จาก 6 คน ได้ $\binom{6}{4} = 15$ วิธี

ขั้นที่ 2 เลือกผู้หญิง 3 คน จาก 6 คน ได้ $\binom{6}{3} = 20$ วิธี

ขั้นที่ 3 จัดคน 7 คน นั่งรอบโต๊ะกลม

3.1 จัดผู้หญิง 3 คน นั่งรอบโต๊ะกลมก่อนได้ 3! = 6 วิธี ดังนี้



3.2 จัดผู้ชาย 4 คน เข้านั่งรอบโต๊ะกลมได้ 4! วิธี

∴ จะจัดคนนั่งรอบโต๊ะได้ทั้งหมด $= 15 \times 20 \times 3! \times 4!$ วิธี

5. เฉลย 4) 8

เลขโดด 4 ตัวสุดท้าย GHIJ คือ 9753 หรือ 7531 เลขโดดที่เป็นเลขคี่ที่เหลือ (1 หรือ 9 ตามลำดับ) คือ A, B หรือ C เนื่องจาก A + B + C = 9 เลขโดด A, B, C ที่เป็นเลขคี่ต้องเป็น 1 (เป็น 9 ไม่ได้เพราะผลบวกจะเกิน 9) ดังนั้น ผลบวกของเลขโดด 2 ตัวใน ABC ที่เป็นเลขคู่ เท่ากับ 8 เลขโดด 3 ตัวใน DEF คือ 864, 642, หรือ 420 เหลือเลขโดด 2 ตัว คือ 2 กับ 0, 8 กับ 0 หรือ 8 กับ 6 ตามลำดับ ดังนั้น ABC คือ 810 ได้กรณีเดียวเท่านั้น โดยเลขโดดตัวแรก คือ 8 และหมายเลขโทรศัพท์ที่กำหนดให้ คือ 810-642-9753

6. เฉลย 3) $\det \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

1) เกิดจากการสลับหลักของเมทริกซ์ A ดังนี้

i สลับหลักที่ 1, 2 ของ A เกิดเมทริกซ์ใหม่ มี det ใหม่เท่ากับ − det A

ii สลับหลักที่ 2, 3 ของเมทริกซ์ใหม่ จะได้ว่าเมทริกซ์ที่ได้ คือ $\begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ มี det เท่ากับ det A พอดี

2) เกิดจากการคูณ −1 กับแถว 1, 2 ของเมทริกซ์ A

∴ det ของเมทริกซ์ใหม่ คือ (−1)(−1) det A = det A

3) เกิดจากการสลับแถว 2, 3 ของเมทริกซ์ A ทำให้ det ใหม่ คือ − det A

4) คือ A^T ซึ่ง $\det(A^T) = \det A$

นักเรียนสามารถเข้าไปดูข้อมูลย้อนหลังได้ที่
www.dailynews.co.th
www.bunditnaenaew.com